

DESECACIÓN Y DEFORMACIÓN DE SUELOS ARCILLOSOS

H.U. Levatti*, A. Ledesma* y P. Prat*

* Departamento de Ingeniería del Terreno
Universidad Politécnica de Cataluña
Edificio D2, Campus Norte UPC
Jordi Girona, 1-3, 08034 Barcelona, España
hector.levatti@upc.edu

Palabras clave: desecación; curling; superficie de estado; problema de contorno.

Resumen. *Los procesos de desecación en arcillas involucran la pérdida gradual de humedad inducida por la evaporación del agua contenida desde la superficie del suelo. Estos fenómenos son muy complejos debido a la interacción que tienen lugar entre las variables mecánicas e hidráulicas. El proceso de desecación gobernado principalmente por propiedades altamente no lineales, influyen sobre el comportamiento mecánico del suelo haciendo que este se contraiga, se deforme formando rizos o eventualmente se agriete dependiendo de las condiciones de contorno, del grado de heterogeneidad en su interior y de la relación de dimensiones de la porción de suelo sometida a dicho proceso. A pesar de que los cambios de temperatura pueden influir fuertemente en el desarrollo de estos fenómenos, planteamos aquí solo el problema hidromecánico y se establece por hipótesis que se estudiará solo el caso isoterma.*

En este artículo se presenta una formulación matemática hidromecánica que intenta modelar el complejo fenómeno de desecación. El modelo ha sido implementado en el entorno Matlab y se exponen algunos resultados preliminares de dicho código que capturan el típico rizado cóncavo o convexo que experimentan delgadas muestras de suelos al secarse, así como también distintos resultados obtenidos para diferentes condiciones de contorno.

1. INTRODUCCIÓN

Los suelos sometidos a desecación tienden a contraer, agrietarse y formar rizos. Varios modelos intentan reproducir y explicar este fenómeno (Morris et al. 1991; Abu-Hejleh and Znidarcic 1995; Konrad y Ayad 1997; Kodikara et al. 2004; Prat et al. 2008)

Se presenta un modelo basado en la Mecánica de los Medios Continuos y en la Mecánica de Suelos No Saturados (Levatti et al. 2007; Levatti et al. 2009) que es capaz de reproducir la contracción y el rizado de delgadas muestras de suelo arcilloso sometidas a desecación.

Se observa la influencia de las condiciones de contorno en el comportamiento de la masa de suelo durante el proceso.

La relación constitutiva mecánica está basada en el concepto de superficie de estado (Matyas and Radhakrishna, 1968; Lloret and Alonso, 1985) y se utilizan esquemas explícitos para resolver las ecuaciones.

Se han reproducido dos tipos de rizado tanto cóncavo como convexo.

2. FORMULACIÓN TEÓRICA

En este problema se utilizan dos variables de tensiones (Fredlund and Morgenstern, 1977), la tensión neta σ^* y la succión s :

$$\sigma^* = \sigma - p^a \mathbf{1} \quad (1)$$

$$s = p^a - p \quad (2)$$

Donde σ es el tensor de tensiones totales; p^a es la presión de aire en los poros; $\mathbf{1}$ es el operador delta de Kronecker en notación matricial y p es la presión de poro de agua. Si la presión de poro de aire p^a es igual a la presión atmosférica y se mantiene constante e igual a cero, las variables de tensiones serán: la tensión total σ y la presión de poros negativa p :

$$\sigma^* = \sigma \text{ and } s = -p \quad (3)$$

Asumiendo la teoría de pequeñas deformaciones, equilibrio isoterma y despreciando las fuerzas inerciales, obtenemos las siguientes ecuaciones de balance. En primer lugar la ecuación de equilibrio aplicada a un medio bifásico, donde ρ es la densidad del medio y \mathbf{g} es la aceleración de la gravedad. En segundo lugar la ecuación de balance de agua, donde ρ^w es la densidad del agua, \mathbf{q} es la velocidad de Darcy, n es la porosidad y S_r es el grado de saturación.

$$\text{div}(\sigma) + \rho \mathbf{g} = 0 \quad (4)$$

$$\text{div}(\rho^w \mathbf{q}) + \frac{\partial}{\partial t} (\rho^w n S_r) = 0 \quad (5)$$

Aplicando el método de los elementos finitos (aproximación de Galerkin) a estas dos ecuaciones, podemos resumir el problema acoplado mediante el siguiente sistema de ecuaciones diferenciales:

$$\begin{cases} \mathbf{K}\dot{\mathbf{u}} + \mathbf{Q}\dot{\mathbf{p}} - \mathbf{f}^u = \mathbf{0} \\ \mathbf{P}\dot{\mathbf{u}} + \mathbf{S}\dot{\mathbf{p}} + \mathbf{H}\mathbf{p} - \mathbf{f}^p = \mathbf{0} \end{cases} \quad (6)$$

Donde $\bar{\mathbf{u}}$ y $\bar{\mathbf{p}}$ son los desplazamientos y la presión de poros en los nodos respectivamente y son las incógnitas del problema. El punto encima de las variables $\bar{\mathbf{u}}$ y $\bar{\mathbf{p}}$ indica derivada temporal. \mathbf{K} , \mathbf{S} y \mathbf{H} son las matrices de rigidez, compresibilidad y permeabilidad respectivamente. \mathbf{Q} y \mathbf{P} son matrices de acoplamiento, \mathbf{f}^u y \mathbf{f}^p son los vectores de fuerzas nodales y flujo respectivamente. A continuación se detallan las matrices que forman parte del sistema de ecuaciones emergentes del método de los elementos finitos:

$$\mathbf{K} = \int_{\Omega} \mathbf{B}^T \mathbf{D} \mathbf{B} d\Omega \quad (7)$$

$$\mathbf{Q} = \frac{1}{3K^s} \int_{\Omega} \mathbf{B}^T \mathbf{D} \mathbf{m} \mathbf{N}_p \bar{\mathbf{p}} d\Omega \quad (8)$$

$$\mathbf{P} = \int_{\Omega} (\mathbf{N}_p)^T S_r \mathbf{m}^T \mathbf{B} d\Omega + \int_{\Omega} (\mathbf{N}_p)^T n \frac{\partial S_r}{\partial \sigma^*} \mathbf{C} \mathbf{B} d\Omega \quad (9)$$

$$\mathbf{S} = \int_{\Omega} \left[\frac{n S_r}{K^w} (\mathbf{N}_p)^T \mathbf{N}_p + n C_s (\mathbf{N}_p)^T \mathbf{N}_p \right] d\Omega \quad (10)$$

$$\mathbf{H} = \int_{\Omega} (\nabla \mathbf{N}_p)^T \mathbf{K}^P (S_r) \nabla \mathbf{N}_p d\Omega \quad (11)$$

$$\mathbf{f}^u = \int_{\Omega} (\rho_s (1-n) + S_r n \rho_w) \mathbf{N}_u^T \mathbf{g} d\Omega + \int_{\Gamma} \mathbf{N}_u^T \mathbf{t} d\Gamma \quad (12)$$

$$\mathbf{f}^p = \int_{\Omega} \rho_w (\nabla \mathbf{N}_p)^T \mathbf{K}^P (S_r) \mathbf{g} d\Omega - \int_{\Gamma} \mathbf{N}_p^T \mathbf{q}^w d\Gamma \quad (13)$$

Donde \mathbf{C} y \mathbf{D} son los tensores de rigidez y flexibilidad respectivamente; \mathbf{B} es la matriz que relaciona deformaciones con desplazamientos; \mathbf{N}_p y \mathbf{N}_u son las funciones de forma de la presión de poros de los desplazamientos respectivamente; $\mathbf{m} = (1,1,0)$ es el tensor identidad en 2D; C_s es el contenido específico de agua; \mathbf{K}^P es el tensor permeabilidad; K^s es el modulo volumétrico a succión; K^w es el modulo volumétrico del agua; \mathbf{t} y \mathbf{q}^w son las fuerzas nodales impuestas y el vector de flujos impuestos respectivamente.

El sistema de ecuaciones que resulta de esta formulación es altamente no lineal y no simétrico en general, lo cual puede acarrear problemas de convergencia en ciertos casos.

Para la formulación hidromecánica necesitamos dos modelos constitutivos. Por un lado elegimos un modelo constitutivo mecánico elástico no lineal basado en el concepto de superficie de estado (Matyas and Radhakrishna, 1968; Lloret and Alonso, 1985). Por el otro adoptamos como modelo constitutivo hidráulico la ecuación generalizado de Darcy para medios porosos no saturados. Ambos modelos constitutivos se escriben a continuación:

$$\Delta e = a_1 \Delta \ln(\sigma_m + a_4) + a_2 \Delta \ln\left(\frac{p + p_{ref}}{p_{ref}}\right) + a_3 \Delta \left[\ln(\sigma_m + a_4) \ln\left(\frac{p + p_{ref}}{p_{ref}}\right) \right] \quad (14)$$

$$\mathbf{q} = -\mathbf{K}^P(S_r) \cdot (\nabla p - \rho^w \mathbf{g}) \quad (15)$$

Donde en la ecuación (14) e es la relación de vacíos actual, a_1, a_2, a_3, a_4 son parámetros constantes de la superficie de estado y p_{ref} es una presión de referencia. σ_m y p son respectivamente la tensión media neta y la presión de poros. En la ecuación (15) \mathbf{q} es el vector de flujos no saturados o velocidad en el sentido de Darcy; \mathbf{K}^P es el tensor de permeabilidad; S_r es el grado de saturación; ∇p es el gradiente de la presión de poros; ρ^w y \mathbf{g} son nuevamente la densidad del agua y la aceleración de la gravedad respectivamente. En este punto necesitamos relacionar la presión de poros con el grado de saturación. Elegimos trabajar con la expresión de Van Genuchten (Van Genuchten, 1980):

$$S_r = \left[1 + \left(\frac{p}{P_0 f_n} \right)^{\frac{1}{1-\lambda}} \right]^{-\lambda}; \quad f_n = \exp[-\eta(n - n_0)] \quad (16)$$

En la ecuación (16) S_r es el grado de saturación, λ es un parámetro material, P_0 es el valor de entrada de aire para la porosidad de referencia n_0 y f_n es una función de la porosidad n , la porosidad inicial n_0 y del parámetro η .

El tensor permeabilidad puede expresarse como:

$$\mathbf{K}(S_r) = \mathbf{k}(n) \frac{k^{rl}(S_r)}{\mu^l} \quad (17)$$

Donde: k^{rl} , es la permeabilidad relativa del líquido (rl indica relativa) es adimensional y varía de 0 a 1, además es función del grado de saturación (adoptamos: $k^{rl} = (S_r)^r$, r es una constante); $\mu^l [P_a \cdot s]$, es la viscosidad dinámica de la fase líquida, es función de la temperatura y $\mathbf{k} [m^2]$, es el tensor de permeabilidad intrínseca, función de la porosidad, es decir, cambia con las deformaciones del suelo.

Si la permeabilidad es la misma en todas las direcciones del medio (isotropía), se puede trabajar con una permeabilidad escalar. Si se da el caso de que la permeabilidad tiene direcciones preferentes (ortotropía, axisimetría, etc.) el tensor de permeabilidad puede ser diagonal.

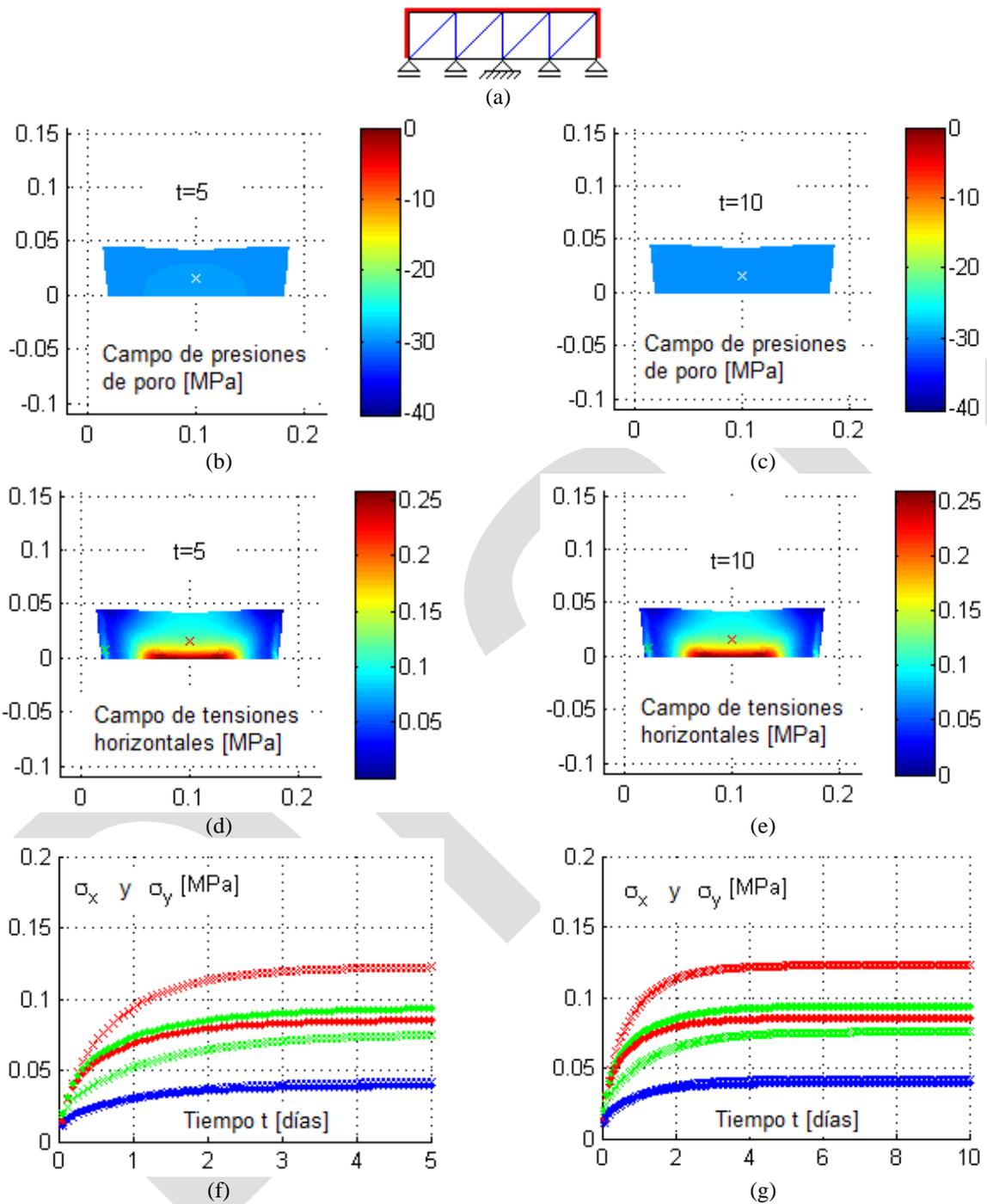


Figure 1.- (a) Esquema de condiciones de contorno; (b) y (c) Campo de presiones de poro a 5 y 10 días respectivamente; (d) y (e) Campo de tensiones horizontales a 5 y 10 días respectivamente; (f) y (g) Tensiones horizontales y verticales en los puntos de referencia azul, rojo y verde.

3. ANALISIS DE RESULTADOS

El modelo implementado nos permite simular procesos de desecación partiendo del suelo en estado saturado e imponiendo valores de presión de poros negativas (succión) en los contornos y la condición inicial también en presiones de poro normalmente igual a cero.

La geometría inicial es siempre sencilla, rectangular y se pueden establecer cualquier tipo de condiciones de contorno en desplazamientos.

En función del tipo de condiciones de contorno impuesta se logra simular tres tipos de comportamiento del suelo sometido a secado. En primer lugar se observa cómo sería un proceso de desecación isótropa, es decir, con deformación isótropa debido a que las condiciones de contorno restringen cualquier otra posibilidad de deformación.

En ensayos de laboratorio sin embargo suelen observarse fenómenos de deformación con rizos (curling) tanto cóncavos como convexos que también pueden ser simulados con el programa simplemente modificando las condiciones de contorno. Así pues se presentan los resultados obtenidos para los tres casos citados.

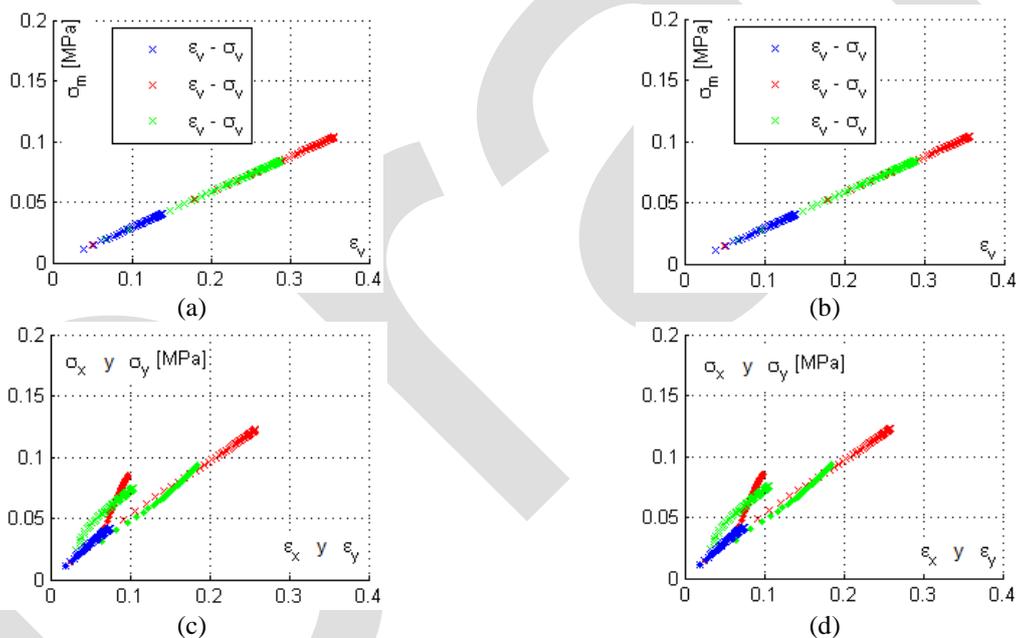


Figure 2.- (a) y (b) Relación entre la tensión media neta y la deformación volumétrica a 5 y 10 días en los puntos de referencia; (c) y (d) Relación tensión-deformación a 5 y 10 días en los puntos de referencia.

3.1. Contracción Isótropa

Se analizan en paralelo dos simulaciones para tiempos finales de 5 y 10 días de una muestra rectangular de suelo de 5 cm de alto por 20 cm de ancho. En la Figura 1, se observan los resultados correspondientes al caso que denominaremos de deformación isótropa. Se ha impuesto una presión de poros de -30 [MPa] en el contorno superior y lateral, tal y como se

muestra en el esquema de la Figura 1a, donde las líneas rojas indican bordes con succión impuesta. Se observa como a medida que se avanza en el tiempo el campo de presiones de poro se va haciendo más uniforme (Figura 1b y 1c).

Las presiones de poro van evolucionando desde el contorno donde son impuestas hacia el centro de la masa de suelo de la muestra. Los campos de tensiones horizontales (Figura 1d y 1e) son similares ya que a estas alturas de la desecación la resistencia a la deformación del suelo es elevada y las tensiones ya se han estabilizado a los 5 días de simulación, ver Figura 1f y 1g.

La relación entre la tensión media y la deformación volumétrica se muestra para 5 y 10 días de desecación en la Figura 2a y 2b respectivamente. En todos los casos las curvas de relación de tensiones con deformaciones corresponden a puntos de referencia marcados en las figuras de campos de tensiones con marcas de colores azul, rojo y verde ubicadas en la esquina superior derecha, en el centro y la esquina inferior izquierda respectivamente. En la Figura 2c y 2d se observan las relaciones de tensiones horizontales y verticales con sus deformaciones homólogas en los puntos de referencia mencionados arriba.

Como puede apreciarse en las distintas gráficas a partir de los 5 días los valores de presiones de poro y tensiones y demás variables dependientes de la succión, se estabilizan y sus cambios a partir de allí son pequeños.

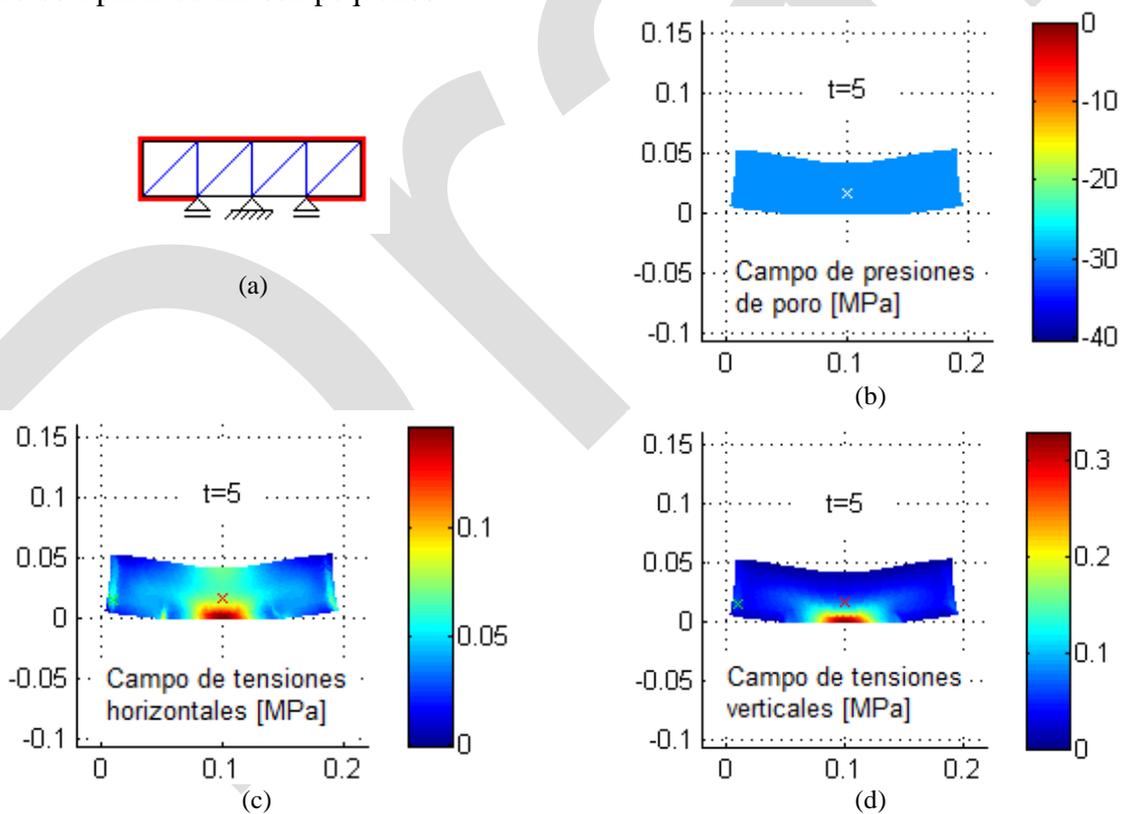


Figure 3.- (a) Esquema de la simulación; (b) Campo de presiones de poro a los 10 días; (c) Campo de tensiones horizontales; (d) Campo de tensiones verticales

En nuestro caso supondremos isotropía, adoptaremos $r=3$, una conductividad hidráulica inicial $k_0 = 1.72 \cdot 10^{-10}$ [m/s] y una viscosidad dinámica de $\mu^l = 10^{-3} \left[\frac{N \cdot \text{seg}}{m^2} \right]$ ó $[P_a \cdot s]$.

3.2. Rizado Cóncavo

El segundo caso puede verse en la Figura 3, donde se observa el levantamiento de los laterales. En la Figura 3b vemos la forma final de la muestra a los 5 días de desecación y observamos el campo de presiones en esta etapa, con valores totalmente uniformes e iguales a la presión de poroso impuesta. En este caso también se han impuesto -30 MPa de presión en los contornos indicados en el esquema de la figura (líneas rojas).

En este caso debido a que se ha impuesto succión en parte de la cara inferior de la muestra a los 5 días se alcanza el equilibrio y la muestra está completamente seca, más aún que en el caso isótropo precisamente a causa de la mayor superficie de evaporación.

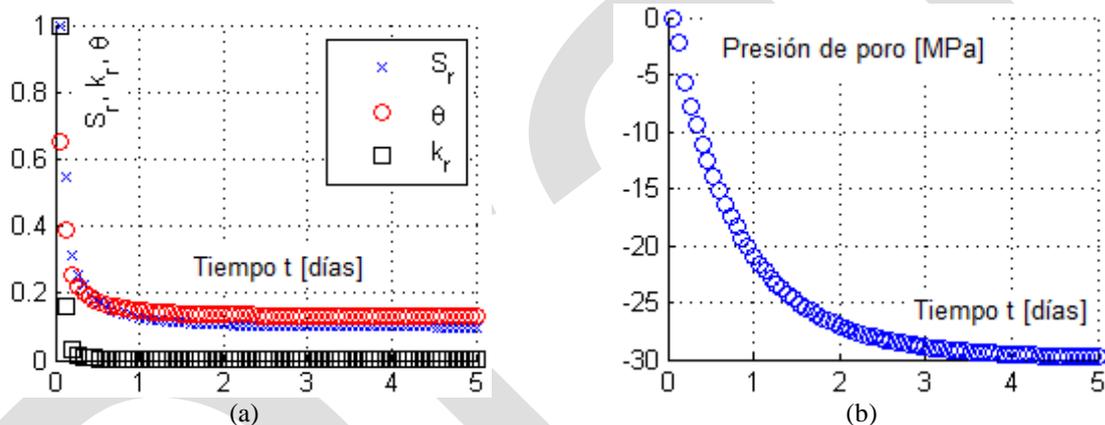


Figure 4.- (a) y (b) Evolución de los parámetros hidráulicos y la presión de poros en el punto medio de la muestra respectivamente

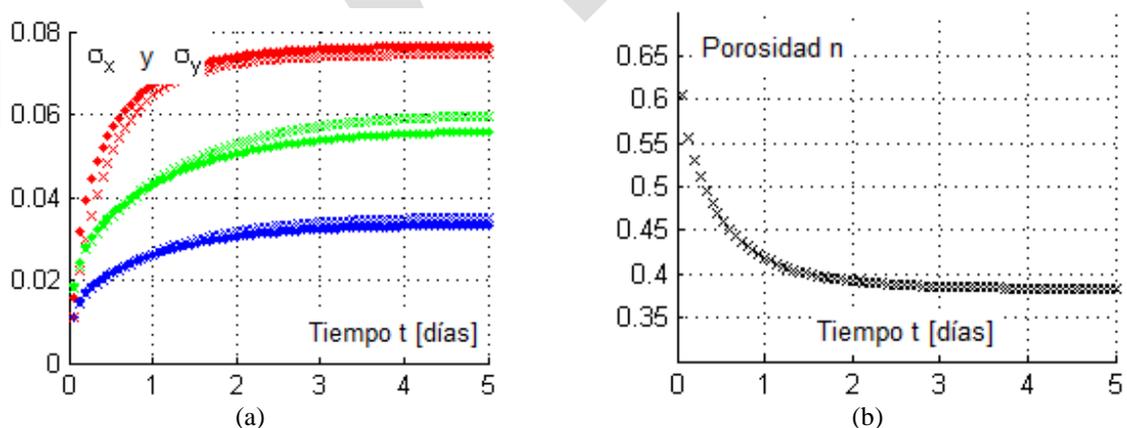


Figure 5.- (a) Tensiones horizontales y verticales en el punto central en función del tiempo; (b) Evolución de la porosidad con el tiempo en el punto central de la muestra

En la Figura 4a y 4b se ven la evolución con el tiempo de los parámetros hidráulicos (grado de saturación S_r , permeabilidad relativa k_r y contenido volumétrico de agua θ) y de la presión de poros en un punto de referencia en el centro de la muestra de suelo.

Por último para este caso se presenta la evolución temporal de las tensiones horizontales y verticales en tres puntos de referencias que se sitúan como se explica en el apartado 3.1 en la Figura 5a y la evolución de la porosidad con el tiempo en el punto central en la Figura 5b.

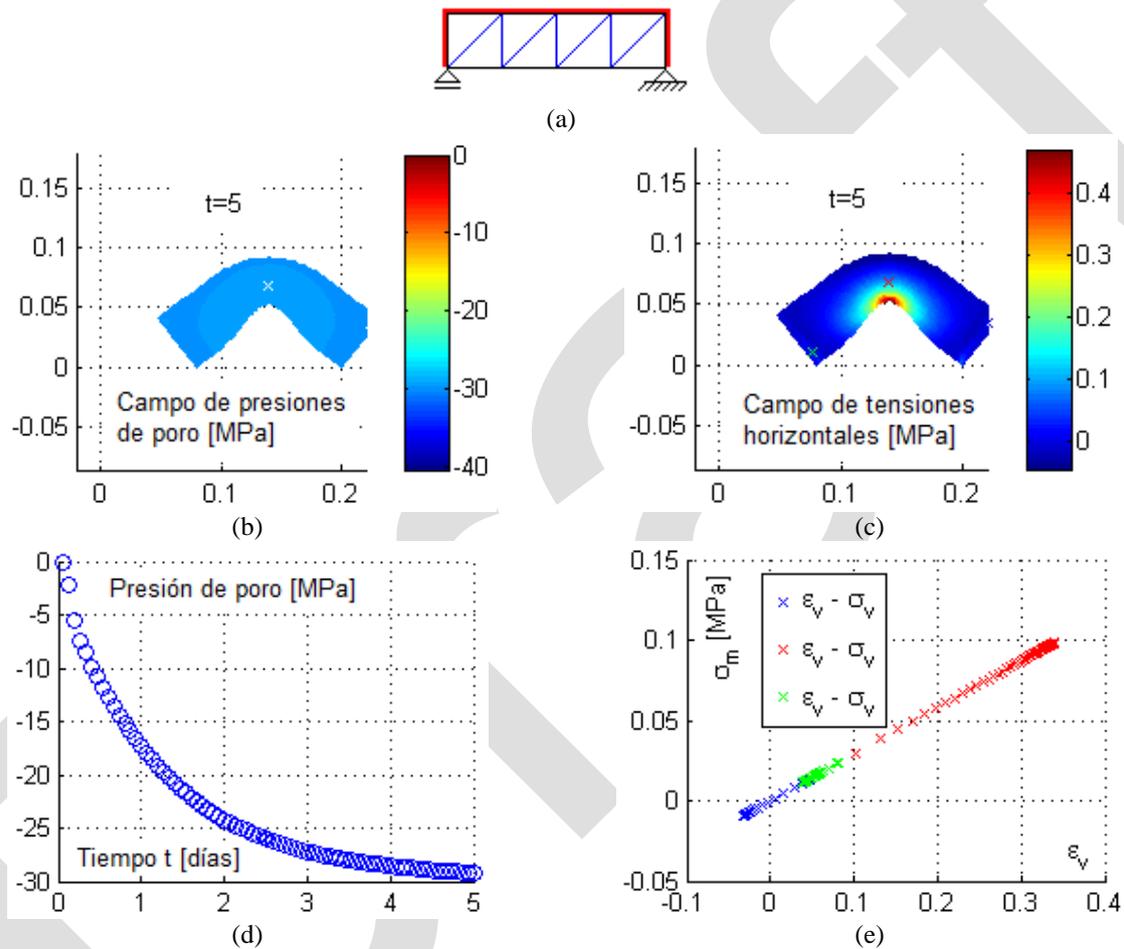


Figure 6.- (a) Esquemas de la simulación con presión de poros parcial y total respectivamente; (b) Campo de presión de poros al final del ensayo de 5 días; (c) Campo de tensiones horizontales; (d) Evolución de la presión de poros en el punto medio de la muestra; (e) Tensión media vs. Deformación volumétrica en los puntos de referencia

3.3. Rizado convexo

Esta vez se simulan dos casos hasta llegar a los 5 días de simulación y con las mismas condiciones de contorno en desplazamiento (como viga simplemente apoyada). La succión o

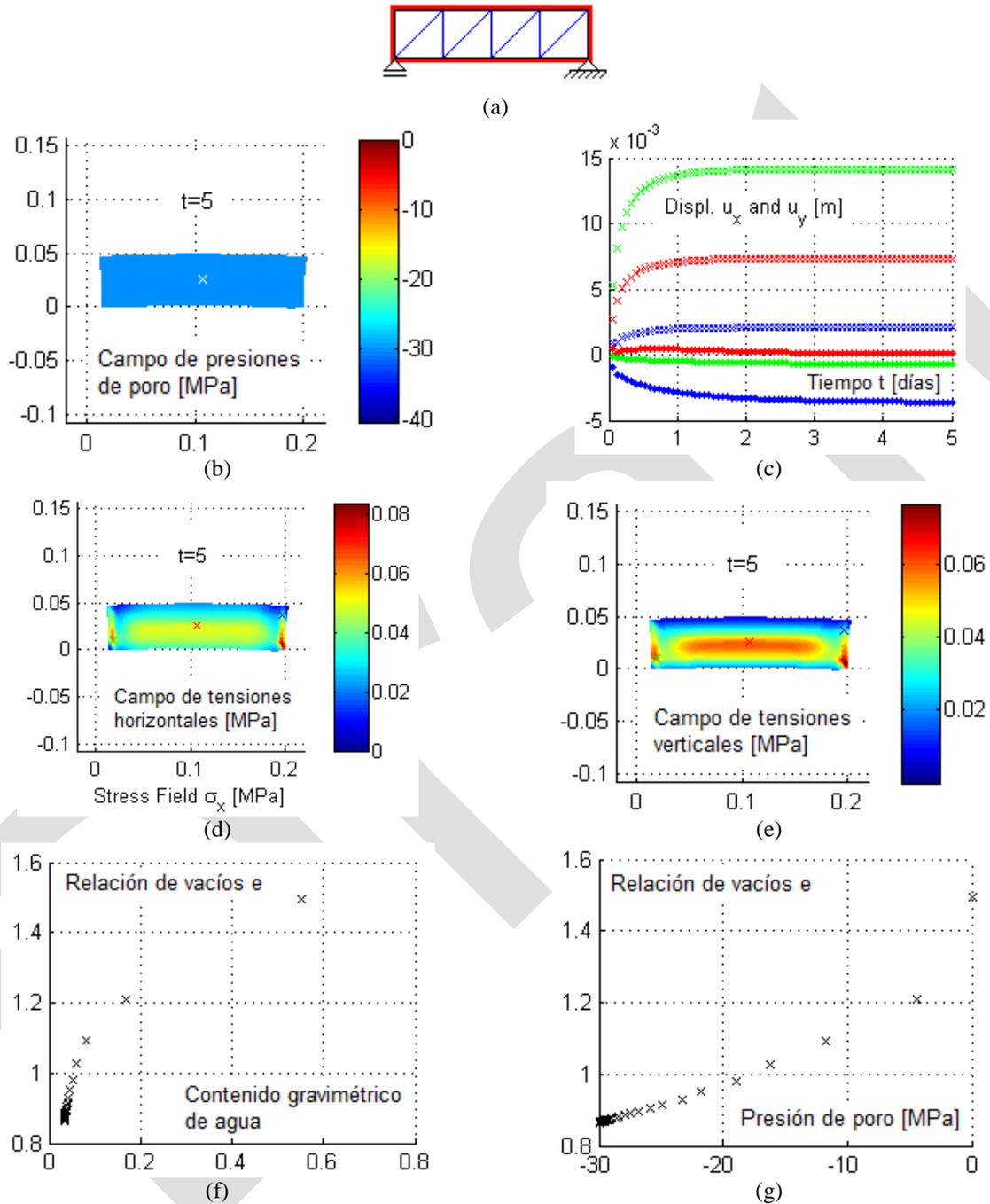


Figure 7.- (a) Esquema de la simulación; (b) Campo de presiones de poro a los 5 días; (c) Evolución de los desplazamientos en los puntos de referencia; (d) Campo de tensiones horizontales; (e) Campo de tensiones verticales; (f) Relación de vacíos vs. Contenido de agua en el punto medio; (g) Relación de vacíos vs. Presión de poros en el punto medio

presión de poros se impone en cambio en la cara superior y laterales para la primera simulación y en todos los bordes para la segunda.

3.3.1 Presión de poros impuesta en bordes laterales y superior

Pensemos que en realidad cuando la muestra se desprege del molde, la presión de poros irá actuando además en la parte inferior de la muestra. Por este motivo se realiza otra simulación en el siguiente apartado 3.3.2. De esta forma podemos comparar la diferencia de comportamiento entre un caso y otro. En un caso más realista esta condición de contorno en presiones en la cara inferior se irá aplicando paulatinamente a medida que la muestra se vaya despegando.

El efecto de la presión de poros en la cara inferior de la probeta es el de reducción de las deformaciones a lo largo del ensayo como se verá en los resultados del siguiente apartado.

La exagerada deformación del primer caso, ver Figura 6b y 6c es consecuencia de haber impuesto una condición de contorno en presiones irreal. De todas formas el comportamiento hidráulico es similar al caso isótropo, apartado 3.1, ya que las condiciones y los parámetros del suelo son los mismos. La Figura 6a muestra el esquema de cálculo adoptado para este caso y en la Figura 6d y 6e se muestran la evolución de la presión de poros con el tiempo y la relación entre la tensión media neta y la deformación volumétrica respectivamente.

3.3.2 Presión de poros impuesta en todos los bordes

Este caso es el más cercano a la realidad debido a que las condiciones de contorno en desplazamientos que se establecen prácticamente no influyen en el comportamiento a contracción de la muestra. Además la condición de contorno en presiones es la que se produciría naturalmente una vez transcurrido un corto período de tiempo. Las deformaciones finales son similares a las que se pueden establecer en ensayos de laboratorio para muestras de estas dimensiones y parámetros adoptados en el modelo. El hecho de establecer que la succión actúa en todos los contornos hace que la desecación se produzca de una manera más veloz y que al cabo de 5 días se alcance un estado estable. En la Figura 7a se muestra el esquema de simulación adoptado para este caso. En la Figura 7b, podemos ver el campo de presiones de poros al final de la simulación y la configuración final de las deformaciones producidas. En la Figura 7c se muestran los desplazamientos en función del tiempo en los puntos de referencias anteriormente definidos. En la Figura 7d y 7e se pueden observar los campos de tensiones horizontales y verticales. Finalmente en la Figura 7f y 7g se muestran en el punto central de la muestra la relación de vacíos versus el contenido gravimétrico de agua y la presión de poros respectivamente.

La evolución de las tensiones horizontales y verticales respecto del tiempo se muestran en la Figura 8a. En la Figura 8b vemos la relación entre la tensión media neta y la deformación volumétrica y en la Figura 8c la relación entre tensiones horizontales y verticales versus las deformaciones correspondientes. En estas últimas tres figuras se hace referencia nuevamente a los tres puntos antes citados en colores azul, rojo y verde.

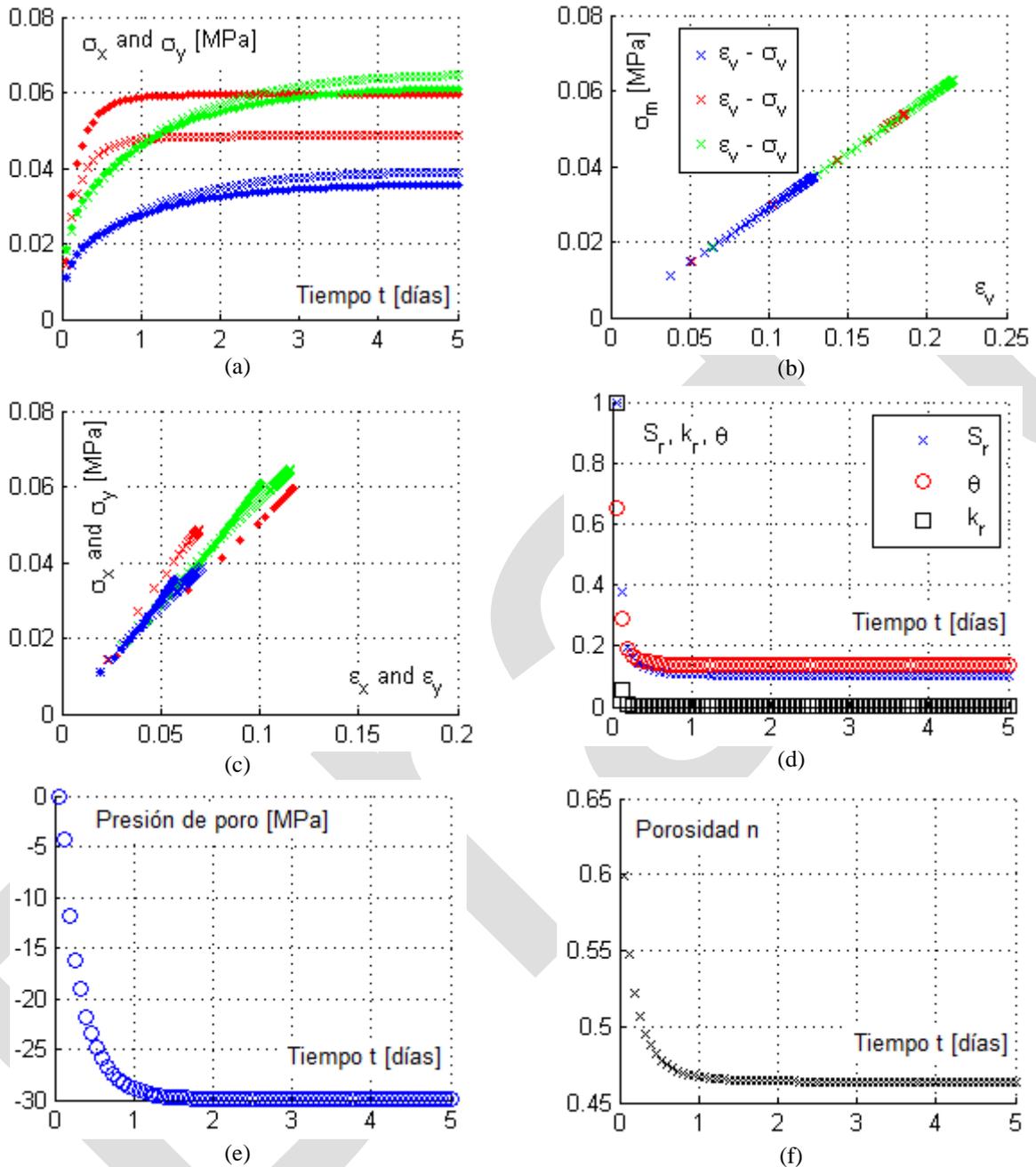


Figure 8.- (a) Evolución de las tensiones horizontales y verticales con el tiempo; (b) Tensión media vs. Deformación volumétrica; (c) Tensiones vs. Deformaciones; (d) Evolución de los parámetros hidráulicos; (e) Evolución de la presión de poros en el punto central de la muestra de suelo; (f) Evolución de la porosidad con el tiempo.

La Figura 8d presenta la evolución de los parámetros hidráulicos (grado de saturación S_r , permeabilidad relativa k_r y contenido volumétrico de agua θ) con el tiempo. La variación de la presión de poros y de la porosidad respecto del tiempo se observa en la Figura 8e y 8f respectivamente.

4. CONCLUSIONES

Se ha presentado una formulación hidromecánica para abordar el fenómeno de desecación y rizados (curling) de muestras relativamente delgadas de suelo. Se han presentado resultados de un código programado en Matlab que pueden reproducir comportamientos reales. Se ha logrado reproducir deformaciones isotropas, rizados cóncavos y convexos. Como todos los casos fueron impuestos 30 MPa de presión de poros analizar la evolución para los distintos casos del campo de presiones, influye en cuantas caras se impongan estas condiciones a igualdad de parámetros materiales.

APÉNDICE Tablas de parámetros

γ [MN/m ³]	K_w [MPa]	θ_s	θ_r
0.02	50	0.65	0.075

Tabla 1. Parámetros materiales

a_1	a_2	a_3	a_4 [MPa]	p_{ref} [MPa]	ν	G
-0.02	-0.003	-0.00041	0.001	0.1	0.3	$\frac{3K(1-2\nu)}{2(1+\nu)}$

Tabla 2. Parámetros del modelo mecánico

P_0 [MPa]	λ	n_0	η
1.05	0.39	0.65	1

Tabla 3. Parámetros de la curva de retención

k_0 [m/s]	b	r
1.72e-10	25	3

Tabla 4. Parámetros del modelo hidráulico

AGRADECIMIENTOS

La investigación presentada en este artículo fue llevada a cabo dentro del marco de dos proyectos de investigación financiados por el Ministerio de Educación y Ciencia de España (BIA2003-03417 y CGL2006-09847). Por lo que se agradece dicho soporte.

REFERENCIAS

- [1] Abu-Hejleh, A. N. and Znidarcic, D. “Desiccation theory for soft cohesive soils” *ASCE, Journal of Geotechnical Engineering*, 121 6:493–502 (1995)
- [2] Fredlund, D.G. and Morgenstern, N.R., “Stress state variables for unsaturated soils” *Journal of the Geotechnical Engineering Division, Proceedings, ASCE (GT5)*, 103: 447-466 (1977).
- [3] Kodikara, J.K., Nahlawi, H. and Bouazza, A. “Modelling of curling in desiccation clay”. *Canadian Geotechnical Journal* 41: 560-566 (2004)
- [4] Konrad, J. M. and Ayad, R., “An idealized framework for the analysis of cohesive soils undergoing desiccation” *Canadian Geotechnical Journal*, 34:477–488 (1997b).
- [5] Morris, P. H. Graham, J. and Williams, D. J. “Cracking in drying soils” *Canadian Geotechnical Journal*, 29: 263–277 (1991).
- [6] Levatti, H.U., Ledesma, A. and Prat, P. “Numerical modelling of desiccation processes in clayey soils”. *ComGeo I. 2009*.
- [7] Levatti, H.U., Prat, P. and Ledesma, A. “Numerical modelling of formation and propagation of drying cracks in soils”. *COMPLAS IX. 2007*.
- [8] Lloret, A., and Alonso, E.E. 1985. “State surfaces for partially saturated soils”. *In XI Int. Conf. Soil Mechanics and Foundation Engineering*. San Francisco. Balkema, pp. 557-562.
- [9] Matyas, E.L. and Radhakrishna, H.S. “Volume change characteristics of partially saturated soils”. *Geotechnique*, **18**: 432-448.
- [10] Prat, P., Ledesma, A., Lakshmikantha, M.R., Levatti, H. and Tapia, J. “Fracture Mechanics for Crack Propagation in Drying Soils”. *12th IACMAG*. 1-6 October, 2008. Goa, India.
- [11] Van Genuchten, M.Th, “Closed-form equation for predicting the hydraulic conductivity of unsaturated soils” *Soil Science Society of America Journal*, v 44, n 5, Sep-Oct, p 892-898 (1980).